PAPIROFLEXIA FRACTAL

PROYECTO ESPONJA DE MENGER DE NIVELES 1, 2 y 3

"La geometría fractal cambiará a fondo su visión de las cosas. Se arriesga uno a perder definitivamente la imagen inofensiva que se tiene de nubes, bosques, galaxias, hojas, plumas, flores, rocas, montañas, tapices y de muchas otras cosas. Jamás volverá a pensar lo mismo de todos estos objetos."

Michael Barsley.

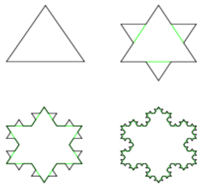
La geometría fractal surge en el último tercio del siglo XX y resalta por su aplicabilidad a la realidad, su especial relación con la naturaleza y su intrínseca belleza. Todos los métodos que se utilizan para su estudio están basados en los principios de la geometría.

La geometría fractal estudia y clasifica los objetos fractales. Pero, ¿qué es un objeto fractal? Su definición exacta está aún por establecer. Una manera de conocerlos y tratarlos es, quizás, analizando lo que tienen en común los procesos matemáticos mediante los que se generan. Un fractal es lo que se crea después de un proceso de iteración infinita, de repetir infinitamente los mismos procedimientos sobre los resultados obtenidos en la fase anterior. Una de las principales propiedades que caracteriza a los fractales es el concepto de auto-semejanza, de que el todo es igual a cada una de sus partes. En muchas ocasiones, la forma de construirlos es muy sencilla. Se necesita poca información para obtenerlos y, sin embargo, el resultado final puede ser de una gran complejidad. El interés de estos objetos es que proporcionan modelos que simulan estructuras presentes en la naturaleza y posibilitan la realización de manipulaciones matemáticas que podrán ser aplicadas a la realidad. Una característica común a todo ellos, es su dimensión. Se admite que un fractal es un objeto geométrico que puede ser descrito en términos de dimensiones que pueden no ser enteras. La mayoría de las veces la dimensión de un fractal será un número no entero (en latín "fractus" es fraccionado), pero existen algunos casos particulares de fractales, como la curva de Peano y todos los objetos usuales de la geometría euclídea, que tienen dimensión entera.

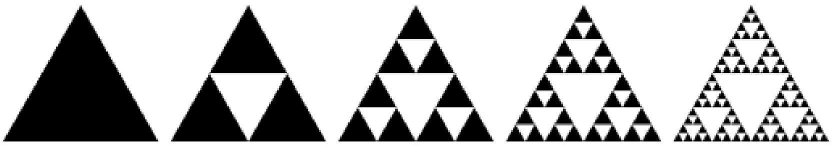
Ejemplos de fractales

La curva de Koch

Helge von Koch en 1904 crea la famosa curva de copo de nieve, que llevaría su nombre. Lo realmente curioso de esta curva es que tiene longitud infinita (podemos hablar de perímetro infinito), pero, sin embargo, su área es finita.

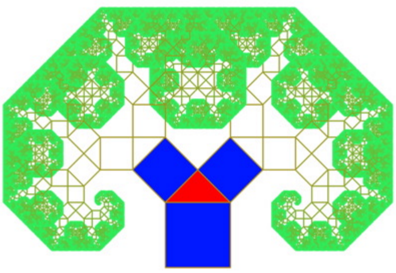


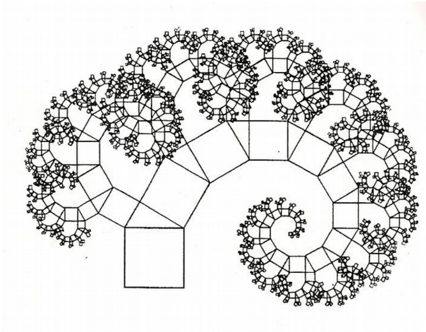
Triángulo de Sierpinski



Árbol de Pitágoras

A partir del teorema de Pitágoras, podemos formar dos estructuras fractales llamadas árbol de Pitágoras básico (a partir de un triángulo rectángulo isósceles) y árbol de Pitágoras desequilibrado (a partir de un triángulo rectángulo escaleno).





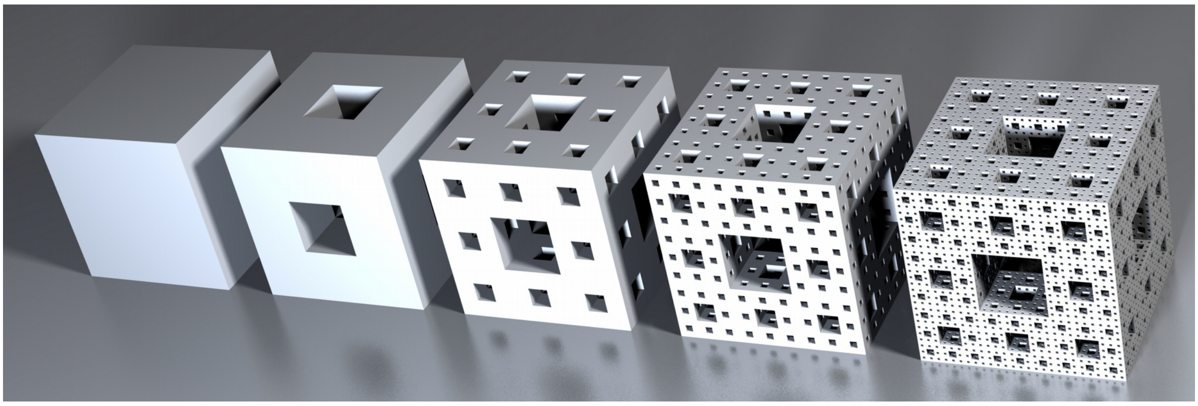
Ejemplos de la naturaleza

Tanto el romanescu como el helecho son ejemplos naturales de estructuras fractales.

ESPONJA DE MENGER

La esponja de Karl Menger se construye bajo el mismo principio que el triángulo de Sierpinski, pero no con un triángulo sino con un cubo en 3 dimensiones. La esponja de Menger es el límite de este proceso tras un número infinito de iteraciones.

Una imagen vale más que mil palabras:



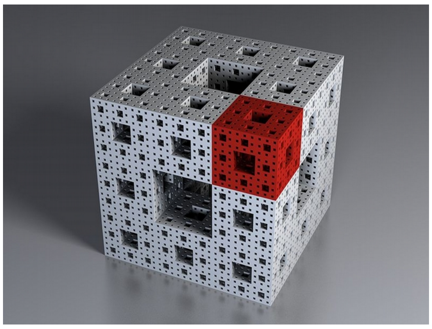
Lo realmente curioso de este objeto fractal es lo siguiente:

Superficie: El área de esta figura es mayor en cada iteración y en el límite es...... ¡¡¡**INFINITA!!!**

Volumen: El volumen por el contrario se va haciendo más pequeño en cada iteración y en el límite es...... ¡¡¡**CERO!!!**

!QUÉ COSAS MÁS RARAS¡ tenemos una superficie infinita encerrada en un cubo y esa superficie no encierra un volumen... Entonces, ¿de qué estamos hablando, de una superficie (2D) o de un cuerpo (3D)?

Pues ni de lo uno de lo otro, estamos hablando de un objeto de dimensión fractal, es una cosa intermedia entre las superficies y los volúmenes. Su dimensión es 2,7268. Un poco raro y un poco difícil de explicar...

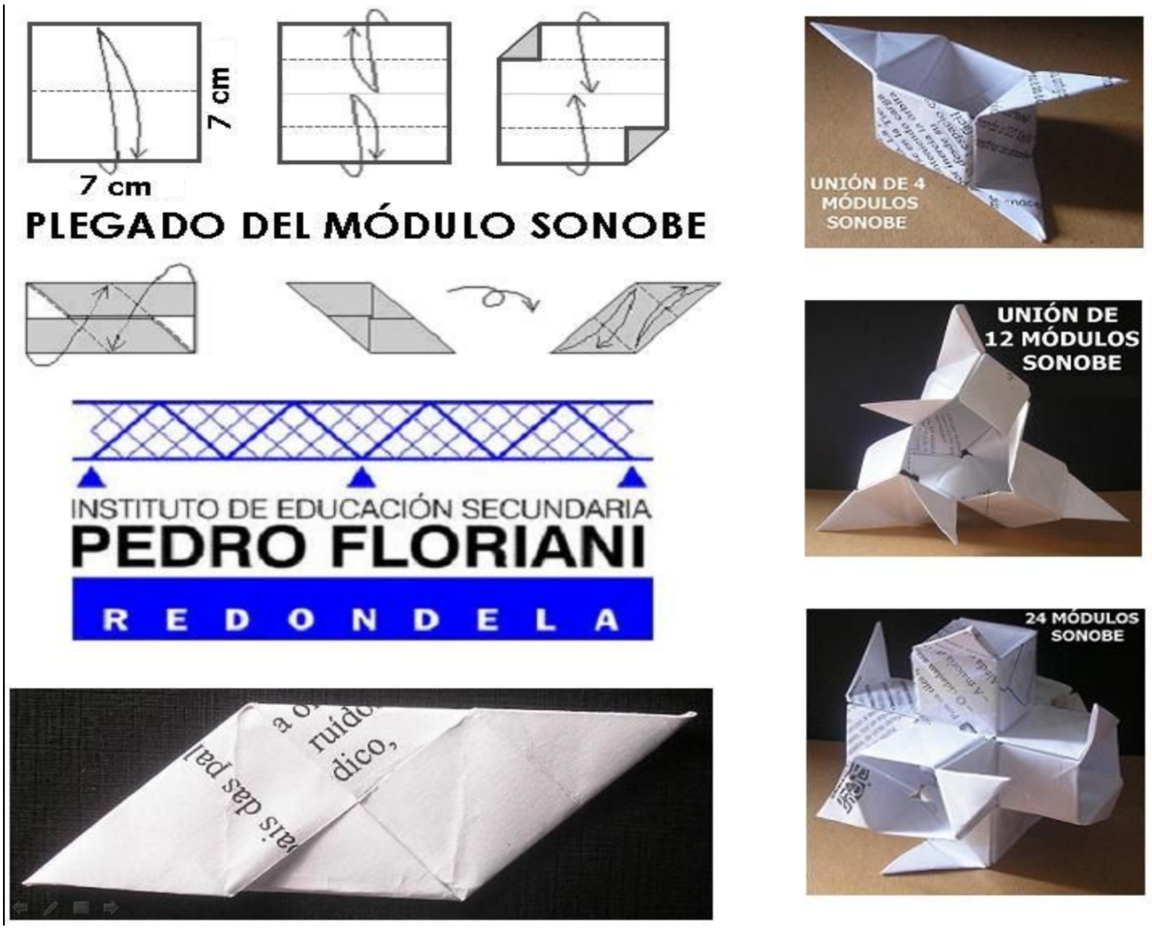


Si nos fijamos bien en la imagen, podremos comprobar cómo para cada iteración necesitaremos 20 cubos como los de la iteración anterior. Es decir, para el nivel 1, necesitamos 20 cubos; para la de nivel dos, 20 cubos como los de nivel 1 y así sucesivamente.

PROYECTO ESPONJA DE MENGER DE NIVELES 1, 2 y 3

Este proyecto tiene su origen en el proyecto realizado por el profesor Miguel Ángel Vidal Martín en 2007 en el IES “Pedro Floriani” de Redondela (Pontevedra). El proyecto consiste en construir:

- Una esponja de menger de nivel 1. Un objetivo fácil para ir aprendiendo. Necesitaremos 72 módulos de sonobe.
- Una esponja de menger de nivel 2. Un objetivo bastante más complicado que el anterior. Necesitaremos 1056 módulos de sonobe.
- Si somos capaces, conseguir una esponja de menger de nivel 3. Un objetivo muy complejo. Necesitaremos 18048 módulos de sonobe.



Aspectos muy importantes a tener en cuenta a la hora de realizar los módulos y las figuras compuestas:

- En los módulos de sonobe, el tercer paso es crucial hacerlo como está indicado. Se doblan las esquinas de abajo-derecha y arriba-izquierda. En caso de hacerlo al revés nos sale un módulo de Sonobe simétrico al primero, que ya no encaja con los demás.
- Al unir 4 módulos, la parte lisa de cada módulo debe quedar hacia afuera.
- Los 4 módulos se unirán con celo por fuera (que luego queda por dentro en la figura terminada). En la papiroflexia pura, no se debe usar ni tijeras ni pegamento pero debido a la complejidad de la figura sería casi imposible hacerla sin fijar la estructura. Trabajaremos con más comodidad y seguridad. Aún así, intentaremos que el celo sólo esté en la estructura interna.

MODELOS CONSTRUIDOS

Nivel 1

Nivel 2

Nivel 3

Objetivos:

- Desarrollar un trabajo interdisciplinar.
- Desarrollar un trabajo que implique a distintos niveles y estamentos de la comunidad educativa.
- Realización de un trabajo en grupo estimulando la interdependencia positiva y las habilidades sociales.
- Desarrollar un hábito de trabajo continuado a medio y largo plazo.
- Desarrollar la percepción espacial así como la psicomotricidad fina.
- Desarrollar la destreza manual, la exactitud en la realización del trabajo y la precisión manual.
- Introducir el concepto de fractal y saber relacionarlo con determinadas formas de la naturaleza.
- Motivar al estudiante a ser creativo, estimulando el desarrollo de sus propios modelos e investigar la conexión que tiene con la geometría no sólo plana, sino también espacial.

Jaime Martínez Muñoz
Profesor del departamento de matemáticas